

정답과 해설

I. 제곱근과 실수

1. 02. 무리수와 실수

1 답 5

$$\sqrt{9}=3, \sqrt{2^2}=2 \text{이므로} \quad \dots \textcircled{1}$$

유리수는 $\sqrt{9}, \sqrt{2^2}, 5.62, -3.\dot{9}, -\frac{1}{10}$ 의 5개이다.

$\dots \textcircled{2}$

채점 기준	배점
① 제곱근을 사용하지 않고 나타내기	3점
② 유리수의 개수 구하기	3점

2 답 4

$$\sqrt{2.25}=1.5, \sqrt{8^2}=8, -(\sqrt{3})^2=-3 \text{이므로} \quad \dots \textcircled{1}$$

유리수는 $\sqrt{2.25}, \sqrt{8^2}, 3, -(\sqrt{3})^2$ 의 4개이므로 $a=4$

무리수는 $\sqrt{2}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \pi, -\sqrt{14}$ 의 4개이므로

$$b=4 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore 2b-a=2 \times 4-4=4 \quad \dots \textcircled{3}$$

채점 기준	배점
① 제곱근을 사용하지 않고 나타내기	2점
② a, b 의 값 각각 구하기	3점
③ $2b-a$ 의 값 구하기	1점

3 답 P: $4+\sqrt{5}$, Q: $4-\sqrt{5}$

$$\square ABCD=3 \times 3-4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2\right)=5 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore \overline{PD}=\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{QD}=\sqrt{5} \quad \dots \textcircled{2}$$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $4+\sqrt{5}$, 점 Q에 대응하는 수는 $4-\sqrt{5}$ 이다. $\dots \textcircled{3}$

채점 기준	배점
① $\square ABCD$ 의 넓이 구하기	2점
② $\overline{PD}, \overline{QD}$ 의 길이 각각 구하기	2점
③ 점 P, Q에 대응하는 수 각각 구하기	2점

4 답 $2+\sqrt{10}$

$$\square ABCD=4 \times 4-4 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 1\right)=10 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore \overline{PD}=\overline{AD}=\sqrt{10} \quad \dots \textcircled{2}$$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $2+\sqrt{10}$ 이다. $\dots \textcircled{3}$

채점 기준	배점
① $\square ABCD$ 의 넓이 구하기	2점
② \overline{PD} 의 길이 구하기	2점
③ 점 P에 대응하는 수 구하기	2점

5 답 $-\sqrt{2}, -1+\sqrt{2}$

$$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}, \overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2} \text{이므로} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{점 P에 대응하는 수는 } 0-\sqrt{2}=-\sqrt{2} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\text{점 Q에 대응하는 수는 } -1+\sqrt{2} \quad \dots$$

③

채점 기준	배점
① $\overline{AQ}, \overline{BP}$ 의 길이 구하기	2점
② 점 P에 대응하는 수 구하기	2점
③ 점 Q에 대응하는 수 구하기	2점

6 답 P: $-3-\sqrt{2}$, Q: $-3+\sqrt{2}$

$$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\text{점 P에 대응하는 수는 } -3-\sqrt{2} \quad \dots$$

①

$$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\text{점 Q에 대응하는 수는 } -3+\sqrt{2} \quad \dots$$

②

채점 기준	배점
① 점 P의 좌표 구하기	3점
② 점 Q의 좌표 구하기	3점

7 답 (1) $\sqrt{13}$ (2) $2-\sqrt{13}$ (3) $2+\sqrt{13}$

$$(1) \square PQRS=5 \times 5-4 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 2\right)=25-12=13$$

이므로 정사각형 PQRS의 한 변의 길이는

$$\sqrt{13} \text{이다.} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(2) \overline{PA}=\overline{PS}=\sqrt{13} \text{이므로}$$

$$\text{점 A에 대응하는 수는 } 2-\sqrt{13} \quad \dots$$

②

$$(3) \overline{PB}=\overline{PQ}=\sqrt{13} \text{이므로}$$

$$\text{점 B에 대응하는 수는 } 2+\sqrt{13} \quad \dots$$

③

채점 기준	배점
① 정사각형 PQRS의 한 변의 길이 구하기	3점
② 점 A에 대응하는 수 구하기	2점
③ 점 B에 대응하는 수 구하기	2점

8 답 B: -3, C: -1

$\overline{AP'} = \overline{AP} = \sqrt{5}$, $\overline{AQ'} = \overline{AQ} = \sqrt{2}$ 이고, 두 점 P', Q'에 대응하는 수가 각각 $-2 - \sqrt{5}$, $-2 + \sqrt{2}$ 이므로 점 A가 기준점이다.

따라서 점 A에 대응하는 수는 -2이므로 ...

①

두 점 B, C에 대응하는 수는 각각 -3, -1이다. ...②

채점 기준	배점
① 점 A에 대응하는 수 구하기	2점
② 점 B, C에 대응하는 수 구하기	4점

9 답 $1 - \sqrt{2}$

$\overline{BP} = \overline{BD} = \sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $-1 - \sqrt{2}$

$\therefore a = -1 - \sqrt{2}$...①

$\overline{EQ} = \overline{EG} = \sqrt{2}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$

$\therefore b = \sqrt{2}$...②

$\therefore a + b^2 = (-1 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2 = 1 - \sqrt{2}$...③

채점 기준	배점
① a의 값 구하기	2점
② b의 값 구하기	2점
③ $a + b^2$ 의 값 구하기	2점

10 답 4

$\overline{BP} = \overline{BD} = \sqrt{2}$ 이므로 점 B가 기준점이다.

따라서 점 B에 대응하는 수는 5이고, ...

①

$\overline{AB} = 1$ 이므로 점 A에 대응하는 수는 $5 - 1 = 4$ 이다. ...②

채점 기준	배점
① 점 B에 대응하는 수 구하기	3점
② 점 A에 대응하는 수 구하기	3점

11 답 $1 + \sqrt{5}$

$\square ABCD = 3 \times 3 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1\right) = 9 - 4 = 5$ 이므로

정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다. ...

①

따라서 $\overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $1 + \sqrt{5}$

...②

채점 기준	배점
① 정사각형 ABCD의 한 변의 길이 구하기	3점
② 점 P에 대응하는 수 구하기	3점

12 답 P: $1 + \sqrt{8}$, Q: $1 - \sqrt{8}$

큰 사각형의 한 변의 길이는 4이므로 넓이는 16이다.

사각형 ABCD의 넓이는 큰 사각형에서 4개의 삼각형의

넓이를 뺀 값이므로 $16 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2\right) = 8$

$\square ABCD$ 의 한 변의 길이는 $\sqrt{8}$ 이다.

큰 사각형이 정사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{AD} = \sqrt{8}$

$\overline{AP} = \overline{AB}$, $\overline{AQ} = \overline{AD}$ 이므로

$\overline{AP} = \overline{AQ} = \sqrt{8}$...①

점 P에 대응하는 수는 점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{8}$ 만큼 이동

한 수이므로 $1 + \sqrt{8}$...②

점 Q에 대응하는 수는 점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{8}$ 만큼

이동한 수이므로 $1 - \sqrt{8}$

...③

채점 기준	배점
① \overline{AP} 와 \overline{AQ} 의 길이 구하기	3점
② 점 P에 대응하는 수 구하기	2점
③ 점 Q에 대응하는 수 구하기	2점

13 답 3

$-\sqrt{10} - \sqrt{5} < -\sqrt{5} - a$ 에서

$(-\sqrt{10} - \sqrt{5}) - (-\sqrt{5} - a) = -\sqrt{10} + a < 0$

$\therefore a < \sqrt{10}$...①

$3 < \sqrt{10} < 4$ 이므로 조건을 만족시키는 정수 a의 최댓값은 3이다.

...②

채점 기준	배점
① a의 값의 범위 구하기	3점
② 정수 a의 최댓값 구하기	2점

14 답 4

$1 < \sqrt{3} < 2$ 에서 $0 < 2 - \sqrt{3} < 1$...①

$2 < \sqrt{7} < 3$ 에서 $4 < 7 - \sqrt{7} < 5$...②

따라서 $2 - \sqrt{3}$ 과 $7 - \sqrt{7}$ 사이에 있는 자연수는

1, 2, 3, 4로 4개이다. ...③

채점 기준	배점
① $0 < 2 - \sqrt{3} < 1$ 임을 알기	2점
② $4 < 7 - \sqrt{7} < 5$ 임을 알기	2점
③ 자연수의 개수 구하기	1점

15 답 $b < c < a$

$$a - b = (2 - \sqrt{7}) - (2 - \sqrt{10}) = -\sqrt{7} + \sqrt{10} > 0$$

$$\therefore a > b \quad \dots ①$$

$$b - c = (2 - \sqrt{10}) - (-1) = 3 - \sqrt{10} < 0$$

$$\therefore b < c \quad \dots ②$$

$$a - c = (2 - \sqrt{7}) - (-1) = 3 - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore a > c \quad \dots ③$$

$$\therefore b < c < a \quad \dots ④$$

채점 기준	배점
① a, b 의 대소 관계 비교하기	1점
② b, c 의 대소 관계 비교하기	1점
③ a, c 의 대소 관계 비교하기	1점
④ a, b, c 의 대소 관계 비교하기	2점

16 답 5

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{에서 } -1 < \sqrt{2} - 2 < 0, \quad \dots ①$$

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{에서 } 4 < \sqrt{5} + 2 < 5 \text{이므로} \quad \dots ②$$

$$\sqrt{2} - 2 \text{와 } \sqrt{5} + 2 \text{ 사이에 있는 정수는 } 0, 1, 2, 3, 4 \text{로 } 5 \text{ 개 이 다}$$

$$\dots ③$$

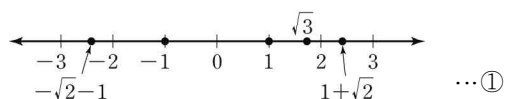
채점 기준	배점
① $-1 < \sqrt{2} - 2 < 0$ 임을 알기	2점
② $4 < \sqrt{5} + 2 < 5$ 임을 알기	2점
③ 정수의 개수 구하기	1점

17 답 풀이 참조

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{에서 } -2 < -\sqrt{2} < -1,$$

$$-3 < -\sqrt{2} - 1 < -2, \quad 2 < 1 + \sqrt{2} < 3,$$

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{이므로 수직선에 나타내면 다음과 같다.}$$



따라서 가장 작은 수부터 나열하면

$$-\sqrt{2}-1, -1, 1, \sqrt{3}, 1+\sqrt{2} \quad \dots ②$$

채점 기준	배점
① 수직선 위에 나타내기	3점
② 가장 작은 수부터 차례로 나열하기	3점

18 답 3

$$(i) (\sqrt{7}+1) - (\sqrt{5}+1) = \sqrt{7} - \sqrt{5} > 0$$

$$\therefore \sqrt{7}+1 > \sqrt{5}+1$$

$$(ii) (\sqrt{5}+1) - 3 = \sqrt{5} - 2 > 0$$

$$\therefore \sqrt{5}+1 > 3$$

$$(i), (ii) \text{에서 } \sqrt{7}+1 > \sqrt{5}+1 > 3 \quad \dots ①$$

따라서 세 수 중 가장 작은 수는 3이다.

②

채점 기준	배점
① 세 수의 대소 관계 비교하기	3점
② 가장 작은 수 구하기	2점

19 답 6

$$3 \leq 2 + \sqrt{3x} \leq 5, \quad 1 \leq \sqrt{3x} \leq 3,$$

$$\sqrt{1} \leq \sqrt{3x} \leq \sqrt{9}, \quad 1 \leq 3x \leq 9, \quad \frac{1}{3} \leq x \leq 3 \text{이므로}$$

 $\dots ①$ 조건을 만족시키는 자연수 x 의 값은 1, 2, 3이므로 x 의 값의 합은 $1+2+3=6$ 이다. $\dots ②$

채점 기준	배점
① x 의 값의 범위 구하기	3점
② 모든 x 의 값의 합 구하기	3점

20 답 $a < c < b$

$$(i) a - b = (\sqrt{3}-2) - (\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

$$= -2 - \sqrt{2} = -\sqrt{4} - \sqrt{2} < 0$$

$$\therefore a < b \quad \dots ①$$

$$(ii) b - c = (\sqrt{2}+\sqrt{3}) - (\sqrt{3}+1)$$

$$= \sqrt{2} - 1 = \sqrt{2} - \sqrt{1} > 0$$

$$\therefore b > c \quad \dots ②$$

$$(iii) a - c = (\sqrt{3}-2) - (\sqrt{3}+1) = -3 < 0$$

$$\therefore a < c \quad \dots ③$$

$$(i) \sim (iii) \text{에서 } a < c < b \quad \dots ④$$

채점 기준	배점
① a, b 의 대소 관계 비교하기	2점
② b, c 의 대소 관계 비교하기	2점
③ a, c 의 대소 관계 비교하기	2점
④ a, b, c 의 대소 관계 비교하기	2점

21 답 $b < a < c$

$$a - b = (3 - \sqrt{2}) - (\sqrt{2} - 1)$$

$$= 4 - 2\sqrt{2} = \sqrt{16} - \sqrt{8} > 0$$

$$\text{이므로 } a > b \quad \dots ①$$

$$a - c = (3 - \sqrt{2}) - 2 = 1 - \sqrt{2} < 0 \text{이므로}$$

$$a < c \quad \dots ②$$

$\therefore b < a < c$...③

채점 기준	배점
① a, b 의 대소 관계 비교하기	2점
② a, c 의 대소 관계 비교하기	2점
③ a, b, c 의 대소 관계 비교하기	2점

22 답 $\sqrt{5} + \sqrt{2} - 3$

세 수 $\sqrt{5}+1, 3, \sqrt{5}+\sqrt{2}$ 의 크기를 비교하면

$$3 < \sqrt{5}+1 < \sqrt{5}+\sqrt{2} \quad \dots ①$$

따라서 $M = \sqrt{5} + \sqrt{2}$, $m = 3$ 이므로

$$M - m = \sqrt{5} + \sqrt{2} - 3 \quad \dots ②$$

채점 기준	배점
① 세 수의 크기 비교하기	3점
② $M - m$ 의 값 구하기	3점

23 답 3

$5 - \sqrt{11}$ 과 $\sqrt{5} - \sqrt{11}$ 에서

$$5 > \sqrt{5} \text{ 이므로 } 5 - \sqrt{11} > \sqrt{5} - \sqrt{11}$$

$5 - \sqrt{11}$ 과 3에서

$$5 - \sqrt{11} - 3 = 2 - \sqrt{11} < 0 \text{ 이므로}$$

$$5 - \sqrt{11} < 3$$

$$\therefore \sqrt{5} - \sqrt{11} < 5 - \sqrt{11} < 3 \quad \dots ①$$

따라서 가장 큰 수는 3이다. ...

②

채점 기준	배점
① 세 수의 대소 관계 비교하기	3점
② 가장 큰 수 구하기	2점

24 답 $b < c < a$

$$a - c = (\sqrt{2} + 1) - 2 = \sqrt{2} - 1 > 0 \quad \therefore a > c \quad \dots ①$$

$$b - c = (3 - \sqrt{3}) - 2 = 1 - \sqrt{3} < 0 \quad \therefore b < c \quad \dots ②$$

$$\therefore b < c < a \quad \dots ③$$

채점 기준	배점
① a, c 의 대소 관계 비교하기	2점
② b, c 의 대소 관계 비교하기	2점
③ a, b, c 의 대소 관계 비교하기	2점